# ΛΥΣΕΙΣ - ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ 2025 (ΕΠΑΛ)

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Αντιπροσωπευτικό δείγμα, λέγεται το δείγμα που όταν η επιλογή του γίνει με σωστό τρόπο, ώστε τα συμπεράσματα που θα προκύψουν από τη μελέτη του δείγματος θα είναι αξιόπιστα, δηλαδή θα ισχύουν με ικανοποιητική ακρίβεια για όλο τον πληθυσμό.

**Α2.** Έστω η συνάρτηση $F(x) = f(x) + g(x)$

$$F(x+h) - F(x) = \big(f(x+h) + g(x+h)\big) - \big(f(x) + g(x)\big)$$
$$= \big(f(x+h) - f(x)\big) + \big(g(x+h) - g(x)\big)$$

και για $h \neq 0$

$$\frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

Επομένως $$\lim_{h\to 0} \frac{F(x+h)-F(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \lim_{h\to 0} \frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$
$$= f'(x) + g'(x)$$

Άρα $\big(f(x) + g(x)\big)' = f'(x) + g'(x)$.

**Α3.**

α) Λάθος

β) Λάθος

γ) Λάθος

# ΘΕΜΑ Β

**Β1.** $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x \quad , \ x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 2x + 2$

$f'(x) = x^2 + 2x + 1 + 1 \Leftrightarrow f'(x) = (x+1)^2 + 1.$

**Β2.** $f(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x < 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 6x < 0$

$x^3 + 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 3x + 6) = 0$

$x = 0 \qquad x^2 + 3x + 6 = 0$

$\Delta = 9 - 24 = -15 < 0$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $x^2+3x+6$ | $+$ | | $+$ |
| Γινόμενο | $-$ | | $+$ |

Άρα $x \in (-\infty, 0)$

**Β3.** $f'(x) = (x+1)^2 + 1 > 0$ Άρα $f$ γνησίως αύξουσα και αφού $x \in \mathbb{R}$, η $f$ δεν έχει ακρότατα.

**Β4.** $-2020 < 0$ και για $x < 0$ η $f(x) < 0$

$2025 < 2026 \overset{f\uparrow}{\Leftrightarrow} f(2025) < f(2026) \Leftrightarrow f(2025) - f(2026) < 0$

Άρα $A > 0$ ως γινόμενο αρνητικών.

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** $\bar{x}_A = \frac{4\cdot 16 + 2\cdot 17 + 2\cdot 15}{8} = \frac{64+34+30}{8} = \frac{128}{8} = 16$

$\bar{x}_B = \frac{\sum_1^6 x_i \cdot v_i}{6}$

$\bar{x} = \frac{128 + \sum_1^6 x_i \cdot v_i}{14} \Leftrightarrow \frac{106}{7} = \frac{128 + \sum_1^6 x_i \cdot v_i}{14_2} \Leftrightarrow 128 + \sum_1^6 x_i \cdot v_i = 212$

$\Leftrightarrow \sum_1^6 x_i \cdot v_i = 212 - 128 = 84$

Άρα $\bar{x}_B = \frac{84}{6} = 14.$

**Γ2.** $\bar{x}_B = 14 \Leftrightarrow \frac{15+14+\alpha+16+12+14}{6} = 14 \Leftrightarrow 71+\alpha = 84 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha = 84 - 71 \Leftrightarrow \alpha = 13$

**Γ3.** 12, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 17, 17

$\delta = \frac{15+16}{2} = \frac{31}{2} = 15{,}5$

**Γ4.** $S_A^2 = \frac{4\cdot (16-16)^2 + 2\cdot (17-16)^2 + 2(15-16)^2}{8} = \frac{2+2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$

$S_A = \sqrt{S_A^2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}7$

$CV_A = \frac{S_A}{|\bar{x}_A|} \cdot 100\% = \frac{0{,}7}{16} \cdot 100 = 4{,}375\%$

$S_B^2 = \frac{(12-14)^2 + (13-14)^2 + 2(14-14)^2 + (15-14)^2 + (16-14)^2}{6}$

$= \frac{4+1+1+4}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$S_B = \sqrt{S_B^2} = \sqrt{\frac{5}{3}} = 1{,}3$

$CV_B = \frac{S_B}{|\bar{x}_B|} \cdot 100\% = \frac{1{,}3}{14} \cdot 100\% = 9{,}286\%$ $\quad CV_A < CV_B$

# ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** $f(x)=\dfrac{\lambda}{x^2+1}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{\cancel{(\lambda)'}^{\,0}\cdot(x^2+1)-\lambda\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=\dfrac{-2\lambda x}{(x^2+1)^2}$

**Δ2.** $f$ έχει ολ. μέγιστο το 2.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -2\lambda x=0 \Leftrightarrow x=0$

Άρα $f(0)=2. \Leftrightarrow \lambda=2.$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f$ | ↗ | Ο.Μ. | ↘ |

**Δ3.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{f(x)}-\sqrt{2}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-2}{x(\sqrt{f(x)}+\sqrt{2})}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{2}{x^2+1}-2}{x}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{2}}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{\cancel{2}-2x^2-\cancel{2}}{x^2+1}}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{2}}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-2x^2}{\cancel{x}(x^2+1)}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=0\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=0$

**Δ4.** α) $f(x)=y \Leftrightarrow \dfrac{2}{x^2+1}=-x+2 \Leftrightarrow (x^2+1)(-x+2)=2$

$\Leftrightarrow -x^3+2x^2-x+\cancel{2}=\cancel{2} \Leftrightarrow -x^3+2x^2-x=0$

$\Leftrightarrow x(-x^2+2x-1)=0 \Leftrightarrow x=0$ ή $-(x-1)^2=0$

$x=1.$

Άρα $A(0,f(0))=(0,2)$

$B(1,f(1))=(1,1)$

β) $\left.\begin{array}{l} y=\lambda x+\beta \\ \lambda=f'(0)=0 \end{array}\right\}$ $y=\beta$ Άτοπο

$y=\lambda x+\beta$

$\lambda=f'(1)=\dfrac{-2\cdot 2}{4}=-\dfrac{2}{2}=-1$

$y=f(1) \Leftrightarrow -1\cdot 1+\beta=1 \Leftrightarrow \beta=2.$

Άρα $y=-x+2$ οπότε εφάπτεται στο $B$.