



Όνομα:

ΒΑΘΜΟΣ:

Διάρκεια: **3** ώρες

Ημερομηνία:/...../.....

ΘΕΜΑ Α**A₁**  Έστω η συνάρτηση $f(x) = c$, $x \in \mathbb{R}$ και $c \in \mathbb{R}$ Να αποδείξετε ότι $f'(x) = (c)' = 0$, $x \in \mathbb{R}$ (8Μ)**A₂**  Να αναφέρετε πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της. (4Μ)**A₃**. Απαντήστε με ένα Σωστό ή Λάθος.**α** Αν $f(x) = \eta\mu x + \eta\mu\left(\frac{\pi}{3}\right)$, τότε $f'(x) = \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}$ **β** Αν $f'(x) = x^2 + 1$, τότε η f θα είναι γνησίως αύξουσα.**γ** Αν η γραφική παράσταση της παραγωγίσιμης συνάρτησης f έχει ακρότατο στο 1 το 1 , θα ισχύει $f(1) = 1$ και $f'(1) = 0$ **δ**
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$
ε Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής, ή μίας ποσοτικής μεταβλητής.

ΘΕΜΑ Β

Οι τιμές ενός δείγματος είναι οι: 1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 0, 0 και α

Γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή τους \bar{x} είναι ίση με $\bar{x} = 2$

- B₁.** Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$ (5M)
- B₂.** Να αποδείξετε ότι η διάμεσός τους είναι ίση με $\delta = \frac{3}{2}$ (4M)
- B₃.** Να κάνετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων (4M)
- B₄.** Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση είναι ίση με $s = \sqrt{3}$ (7M)
- B₅.** Να εξετάσετε ως προς τα ακρότατα την $f(x) = x^2 + \bar{x}x - s^2$ (5M)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - \alpha x + 2$, $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$

Γνωρίζουμε ότι $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1+h) - f(1)}{h} \right) = -1$

- Γ₁.** Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ (6M)
- Γ₂.** Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της καμπύλης C της f στο σημείο της M με τετμημένη 1 έχει εξίσωση (ϵ): $y = -x + 1$ (6M)
- Γ₃.** Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x) + f'(x) - 1}{x} \right) = -7$ (6M)
- Γ₄.** Να βρείτε τη μέση τιμή των αριθμών $f''(-2), f''(-1), f''(0), f''(1), f''(2)$ (6M)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}\alpha x^2 + \frac{\beta}{2}$, $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο A(1,0) στο οποίο η εφαπτομένη (ϵ) σχηματίζει με τον άξονα x'x γωνία 45°

- Δ₁.** Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 1$ (6M)
- Δ₂.** Να βρείτε το σημείο M της γραφικής παράστασης της f του I τεταρτημορίου στο οποίο η εφαπτομένη έχει κλίση ίση με 1 (6M)

Δ₃. Να βρείτε την ελάχιστη κλίση της γραφικής παράστασης της f (6M)