

Όνομα:

ΒΑΘΜΟΣ:

Διάρκεια: **3** ώρες

Ημερομηνία:/...../.....

ΘΕΜΑ Α

A₁ Για τη συνάρτηση $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι $f'(x) = 2x, x \in \mathbb{R}$ (9Μ)

A₂ Να αναφέρετε πότε η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέγεται συνεχής στο σημείο $x_0 \in A$ (4Μ)

A₃ Απαντήστε με ένα Αληθές ή Ψευδές (8Μ)

α Αν για την $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι $f(x) \geq f(0) = 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο το 0

β Αν για την $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, με $x_1 < x_2$ είναι $f(x_1) < f(x_2)$ είναι βέβαιο ότι $f(-1) < f(1)$

γ Αν $f(x) = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{5}$, τότε $f'(x) = \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu \frac{\pi}{5}$

δ Αν $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1+h) - f(1)}{h} \right) \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1+h) - f(1)}{h} \right) = f'(1)$

A₄* Επιλέξτε την ορθή απάντηση (4Μ)

Η εφαπτόμενη της C_f στο σημείο $A(1, f(1))$ σχηματίζει με τον x' γωνία $\frac{\pi}{4}$

Η παράγωγος της f για $x=1$ είναι **A**: 1 **B**: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **Γ**: $\sqrt{3}$ **Δ**: 45°

ΘΕΜΑ Β

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 12x - 16$, $x \in \mathbb{R}$

- B₁.** Να βρείτε την f' και την f'' (4M)
- B₂.** Να βρείτε την τιμή της παράστασης $\Pi = f(1) + f'(1) - f''(1)$ (7M)
- B₃.** Να βρείτε την τιμή του ορίου $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(1+h) - 1}{h} \right)$ (5M)
- B₄.** **α.** Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία. (6M)
- β.** Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{2}{3}\right)$ και $f\left(\frac{3}{4}\right)$ (3M)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = ax^2 - bx$, με $a, b \in \mathbb{R}$

Η γραφική παράσταση της διέρχεται από το σημείο $M(1, 2)$

και ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης (ϵ) της καμπύλης C της συνάρτησης f στο σημείο της M ισούται με 3

- Γ₁.** Να αποδείξετε ότι $a = 1$ και $b = -1$ (9M)
- Γ₂.** Να βρείτε την εξίσωση της παραπάνω εφαπτομένης. (8M)
- Γ₃.** Να βρείτε την τιμή του ορίου $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f'(x) - 3}{x^2 - 1} \right)$ (8M)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}kx^2 - 2x - 2a$, $a, k \in \mathbb{R}$ και $x \in \mathbb{R}$

Γνωρίζουμε ότι η f παρουσιάζει στο 1 ακρότατο.

- Δ₁.** Να αποδείξετε $k = 1$ (6M)
- Δ₂.** Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει δύο τοπικά ακρότατα ένα τοπικό ελάχιστο και ένα τοπικό μέγιστο. (4M)
- Δ₃.** Να υπολογίσετε την τιμή του ορίου $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f'(x) + f''(x) - 3}{\sqrt{x} - 1} \right)$ (7M)
- Δ₄.** Να βρείτε τον $a \in \mathbb{R}$ ώστε το τοπικό μέγιστο να είναι διπλάσιο από το τοπικό ελάχιστο. (8M)