

Όνομα: .....

ΒΑΘΜΟΣ: .....

Διάρκεια: **3** ώρες

Ημερομηνία: ...../...../.....

**ΘΕΜΑ Α****A<sub>1</sub>**. Απαντήστε με ένα **Αληθές** ή **Ψευδές** (8Μ)Έστω συνάρτηση  $f(x) = x^2 + 1$  με γραφική παράσταση C

- α**  Η συνάρτηση f ορίζεται το R
- β**  Η C διέρχεται από το 1 του άξονα γ'γ
- γ**  Η C δεν τέμνει τον άξονα x'x
- δ**  Η C είναι πάνω από τον άξονα x'x

**A<sub>2</sub>**. Απαντήστε με ένα **Αληθές** ή **Ψευδές** (8Μ)

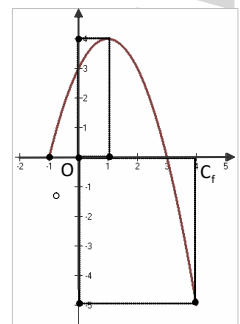
Έστω η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R

- α**  Αν για κάθε  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  με  $x_1 < x_2$  είναι  $f(x_1) < f(x_2)$  η f είναι γνησίως αύξουσα.
- β**  Αν  $f(x) \geq f(0)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε η f παρουσιάζει στο 0 ελάχιστο.
- γ**  Αν  $f(x) \leq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε είναι βέβαιο ότι η f παρουσιάζει στο 0 μέγιστο.

**A<sub>3</sub>**. Απαντήστε στα πιο κάτω ερωτήματα (9Μ)

Έστω η συνάρτηση f του σχήματος.

- α**  Να γράψετε το πεδίο ορισμού της A
- β**  Να γράψετε το σύνολο τιμών της  $f(A)$
- γ**  Να γράψετε τη μονοτονία της.
- δ**  Να γράψετε τα ολικά ακρότατά της.



### ΘΕΜΑ Β

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + \sqrt{x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$

- B<sub>1</sub>**. Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα. (5M)
- B<sub>2</sub>**. Να βρείτε τα **α.**  $f(0)$   
**β.**  $f(1)$   
**γ.**  $f(4)$  (5M)
- B<sub>3</sub>**. Να λύσετε την εξίσωση  $x^3 + \sqrt{x} = 66$  (7M)
- B<sub>4</sub>**. Να λύσετε την ανίσωση  $x^3 + \sqrt{x} \leq 2$  (8M)

### ΘΕΜΑ Γ

Να υπολογίσετε τα όρια **Γ<sub>1</sub>**.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x})$  (5M)

**Γ<sub>2</sub>**.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)$  (5M)

**Γ<sub>3</sub>**.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^3 + x - 2}{x - 1} \right)$  (5M)

**Γ<sub>4</sub>**.  $\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{x + \frac{1}{x} + 2}{x + \frac{2}{x} + 3} \right)$  (5M)

**Γ<sub>5</sub>**.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - x}{\sqrt{x} - 1} \right)$  (5M)

### ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνεχής στο σημείο 0 συνάρτηση  $f$ , ώστε  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{f(x) + x + 1}{x + 2} \right) = 0$

**Δ<sub>1</sub>**. Να αποδείξετε ότι  $f(0) = -1$  (5M)

**Δ<sub>2</sub>**. Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{f^2(x) - x - 1}{x + 1} \right)$  (7M)

Έστω και η συνεχής συνάρτηση  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , με  $g(2) = -2$

**Δ<sub>3</sub>**. Αν  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - g(x) - \alpha) = 1$ , να αποδείξετε ότι  $\alpha = 0$  (5M)

**Δ<sub>4</sub>**. Αν  $f(x) = x^3 + x - \kappa$ ,  $g(x) = x^3 + \mu$ ,  $\kappa, \mu \in \mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι  $\kappa = -1$ ,  $\mu = 0$  και μετά ότι οι γραφικές παραστάσεις των  $f, g$  τέμνονται στο  $M(1, 1)$  (8M)