

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ
ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2020

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Για τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$ να αποδείξετε ότι:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$$

Μονάδες 5

A2. Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , και B το σύνολο των $x \in A$ στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη. Πώς ορίζεται η (πρώτη) παράγωγος της f ;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν η συνάρτηση v της ταχύτητας ενός κινητού είναι παραγωγίσιμη, τότε η επιτάχυνση a του κινητού τη χρονική στιγμή t είναι η παράγωγος της ταχύτητας.

β. Αν δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σε ένα σύνολο A , τότε ορίζεται και η συνάρτηση $R = \frac{f}{g}$ με

$$R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \text{ όπου } x \in A \text{ και } g(x) \neq 0.$$

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Αν x_1, x_2 είναι τιμές μίας ποσοτικής μεταβλητής X , με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2 , τότε για τις αθροιστικές συχνότητες N_1, N_2 ισχύει $v_2 = N_2 + N_1$, όπου $N_1 = v_1$.

Μονάδες 6

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

α. $(\eta\mu x)' = \dots$

β. $(x^\rho)' = \dots$, όπου ρ ρητός αριθμός.

γ. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dots$, όπου $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συναρτήσεις

παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται ο χρόνος σε ώρες που αφιερώνουν 20 μαθητές σε αθλητικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μίας ημέρας.

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i
0	1		
1	κ^2		
2	8		
3	$\kappa - 1$		
Σύνολο	20	100	

B1. Να αποδείξετε ότι $\kappa=3$.

Μονάδες 7

B2. Για $\kappa=3$ να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με αριθμητικές τιμές.

Μονάδες 10

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

B3. Πόσοι από τους παραπάνω μαθητές αφιερώνουν χρόνο σε αθλητικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μίας ημέρας;

Μονάδες 3

B4. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που αφιερώνουν τουλάχιστον 2 ώρες σε αθλητικές δραστηριότητες;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, $x \neq -1$.

Γ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία για $x < -1$.

Μονάδες 7

Γ2. Αν $x \in [-4, -2]$, να αποδείξετε ότι $-3 \leq f(x) \leq -\frac{5}{3}$.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(0, f(0))$.

Μονάδες 6

Γ4. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(0, f(0))$ τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία K και L αντίστοιχα. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου OKL , όπου $O(0,0)$ είναι η αρχή των αξόνων.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - a^2 - 8a, \quad a \in \mathbb{R}$$

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία της.

Μονάδες 8

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Δ2. Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f ως συνάρτηση του a .

Μονάδες 4

Δ3. Να βρείτε για ποια τιμή του a το τοπικό ελάχιστο της f παίρνει τη μέγιστη τιμή του.

Μονάδες 8

Δ4. Για $a = -4$ να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 16}{f'(x)} .$$

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ