ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28

Α2. α) Σχολικό βιβλίο σελίδα 59

β) Σχολικό βιβλίο σελίδα 59

Α3. α. Λάθος, **β.** Σωστό, **γ.** Λάθος, **δ.** Λάθος, **ε.** Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Οι παρατηρήσεις είναι θετικές, άρα $\bar{x} > 0$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{s}{CV} \cdot 100\% \Rightarrow \bar{x} = \frac{2}{20\%} \cdot 100\% \Leftrightarrow \boxed{\bar{x} = 10}$$

Β2. $$\bar{x} = \frac{\sum t_i}{\nu} \Leftrightarrow 10 = \frac{11 + 3 + \kappa + 13 + 11 + 10}{6} \Leftrightarrow 10 = \frac{52 + \kappa}{6} \Leftrightarrow$$

$$52 + \kappa = 60 \Leftrightarrow \kappa = 60 - 52 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = 8}$$

Β3. Για $\kappa = 8$ οι παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά είναι : 7 , 8 , 10 , 11 , 11 , 13

$$\delta = \frac{10 + 11}{2} \Leftrightarrow \delta = \frac{21}{2} \Leftrightarrow \boxed{\delta = 10{,}5}$$

R = μεγαλύτερη παρατήρηση - μικρ'οτερη παρατήρηση = 13 - 7 άρα $\boxed{R = 6}$

Β4. Σε καθένα από τους αριθμούς αφαιρείται το 2, τότε από εφαρμογή έχουμε :

η νέα μέση τιμή είναι : $\bar{x}' = \bar{x} - 2 = 10 - 2 = 8$

η νέα τυπική απόκλιση είναι : $s' = s = 2$

$$CV' = \frac{s'}{|\bar{x}'|} \cdot 100\% = \frac{2}{|8|} \cdot 100\% = \frac{2}{8} \cdot 100\% = 25\% > 10\%$$

άρα $\boxed{\text{το δείγμα δεν είναι ομοιογενές}}$

Κελάφας
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710

ΘΕΜΑ Γ

$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10}$

Γ1. $f'(x) = \left(\sqrt{x^2 - 2x + 10}\right)' = \dfrac{(x^2 - 2x + 10)'}{2\sqrt{x^2 - 2x + 10}} = \dfrac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 10}}$

$= \dfrac{2(x - 1)}{2\sqrt{x^2 - 2x + 10}} = \dfrac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 10}}$

Γ2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 10}} = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

x	**-∞**	**1**	**+∞**
f΄(x)	**-**	0	**+**
f (x)	↘		↗

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 1]$, ενώ
είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, +\infty)$.
Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(1) = 3$
άρα $\boxed{f(x) \geq 3, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}}$.

Γ3. Έστω $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$, η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $A(5, f(5))$

$\lambda = f'(5) = \dfrac{5 - 1}{\sqrt{5^2 - 2 \cdot 5 + 10}} = \dfrac{4}{\sqrt{25}} = \dfrac{4}{5}$, άρα $(\varepsilon): y = \dfrac{4}{5}x + \beta$

$f(5) = \sqrt{5^2 - 2 \cdot 5 + 10} = 5$, άρα $A(5, 5)$

$A(5, 5) \in (\varepsilon) \Leftrightarrow 5 = \dfrac{4}{5} \cdot 5 + \beta \Leftrightarrow 5 = 4 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$

Επομένως $\boxed{\mathbf{(\varepsilon): y = \dfrac{4}{5}x + 1}}$

Γ4. $(\varepsilon): y = \frac{4}{5}x + 1$

Με τον $x'x$: $y = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$, άρα $\boxed{A\left(-\frac{5}{4}, 0\right)}$

Με τον $y'y$: $x = 0 \Leftrightarrow y = \frac{4}{5}\cdot 0 + 1 \Leftrightarrow y = 1$, άρα $\boxed{B\,(1, 0)}$

ΘΕΜΑ Δ

$f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x,\ \lambda \in \mathbb{R}$

Δ1. Για $\lambda = 3 : f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

$$f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 3x)' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f΄(x)	+	0	+
f (x)	↗		↗

$\boxed{\text{Η f είναι γνησίως αύξουσα στο } \mathbb{R}}$.

Είναι $\frac{3}{8} = \frac{9}{24} < \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{6} \overset{f\uparrow}{\Rightarrow} \boxed{f\left(\frac{3}{8}\right) < f\left(\frac{5}{6}\right)}$$

Δ2. $$\lim_{x\to1}\frac{f'(x)}{(\sqrt{x}-1)(x^2-x)} \overset{\lambda=3}{=} \lim_{x\to1}\frac{3\cdot(x-1)^{\cancel{2}}}{(\sqrt{x}-1)\cdot x\cdot \cancel{(x-1)}}$$

$$= \lim_{x\to1}\frac{3\cdot(x-1)\cdot(\sqrt{x}+1)}{x\cdot(\sqrt{x}-1)\cdot(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x\to1}\frac{3\cdot\cancel{(x-1)}\cdot(\sqrt{x}+1)}{x\cdot\cancel{(x-1)}}$$

$$= \lim_{x\to1}\frac{3\cdot(\sqrt{x}+1)}{x} = \frac{3\cdot(\sqrt{1}+1)}{1} = \boxed{6}$$

Δ3. Για $\lambda = 3$: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ και $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της C_f είναι

$\lambda(x) = 3x^2 - 6x + 3$

$\lambda'(x) = (3x^2 - 6x + 3)' = 6x - 6$

$\lambda'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow 6x = 6 \Leftrightarrow x = 1$

x	**-∞**	1	**+∞**
λ΄(x)	**-**	0	**+**
λ (x)	↘		↗

$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 = 1$, άρα ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της C_f γίνεται ελάχιστος στο σημείο $\boxed{A(1, 1)}$

Δ4. $f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + \lambda$

Με δεδομένο ότι $3 > 0$, για να μην έχει η f ακρότατα

θα πρέπει $f'(x) \geq 0$, για κάθε $x \in IR$,

δηλαδή $3x^2 - 6x + \lambda \geq 0$, για κάθε $x \in IR$

$\Delta \leq 0 \Leftrightarrow (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \lambda \leq 0 \Leftrightarrow 36 - 12\lambda \leq 0 \Leftrightarrow -12\lambda \leq -36 \Leftrightarrow \lambda \geq 3$

Επομένως η μικρότερη τιμή του λ για να μην παρουσιάζει ακρότατα η f είναι $\boxed{\lambda = 3}$.