

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**

**ΠΕΜΠΤΗ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2018**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν η  $f$  είναι μία παραγωγίσιμη συνάρτηση σε ένα σύνολο  $A$ , να αποδείξετε ότι:

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x), \text{ όπου } c \in \mathbb{R}, x \in A$$

**Μονάδες 10**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων όταν ο  $n$  είναι άρτιος αριθμός.

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Αν  $x_i$  είναι τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ , τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα  $F_i$  εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής  $x_i$ .

**β.** Η ταχύτητα  $v(t)$  ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση  $x=f(t)$  θα είναι, τη χρονική στιγμή  $t_0$ ,  $v(t_0)=f'(t_0)$ .

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

γ. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

δ. Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο  $A$ , τότε:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

ε. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Ο χρόνος σε λεπτά που χρειάστηκαν 20 υποψήφιοι για να απαντήσουν σε μία ερώτηση φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος σε λεπτά	Αριθμός υποψηφίων $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$
[0,2)	1	
[2,4)	7	
[4,6)	4	
[6,8)		
[8,10)	1	
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>	20	100

**B1.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.

**Μονάδες 6**

**B2.** Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του χρόνου που χρειάστηκαν οι υποψήφιοι για να απαντήσουν στην ερώτηση.

**Μονάδες 5**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**B3.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον τέσσερα λεπτά για να απαντήσουν στην ερώτηση;

**Μονάδες 5**

**B4.** Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ( $f_i\%$ ).

**Μονάδες 6**

**B5.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ( $f_i\%$ ) και τον οριζόντιο άξονα.

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

Έστω ότι

$$f'(1) + 3, \quad 8, \quad f(1), \quad 7, \quad f(2), \quad 10$$

είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος.

**Γ1.** Να βρείτε τις τιμές των παρατηρήσεων (μον. 3), τη μέση τιμή (μον. 4) και τη διάμεσο (μον. 3).

**Μονάδες 10**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση των παραπάνω παρατηρήσεων είναι  $s=2$ .

**Μονάδες 4**

**Γ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A\left(\frac{R}{3}, f\left(\frac{R}{3}\right)\right)$ , όπου  $R$  το εύρος των παραπάνω παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 5**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**ΘΕΜΑ Δ**

Θεωρήστε ότι η συνάρτηση  $f$  ικανοποιεί τη σχέση:

$$f(x) = x^2 + \frac{4s^2}{x} + \bar{x} - 27, \text{ με } x \neq 0,$$

όπου  $\bar{x}$  και  $s$  είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα των παρατηρήσεων  $x_1, x_2, \dots, x_n$  μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(2, f(2))$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$  και το σημείο  $K(1, 0)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $s=2$  και  $\bar{x}=10$ .

**Μονάδες 10**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατα.

**Μονάδες 4**

**Δ3.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 f'(x)}{\sqrt{4x+1}-3}$

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Έστω ότι  $y_1, y_2, \dots, y_n$  είναι οι τιμές που προκύπτουν από τις παρατηρήσεις  $x_1, x_2, \dots, x_n$  αντίστοιχα, όταν η κάθε μία από αυτές αυξηθεί κατά 10%. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής των τιμών  $y_1, y_2, \dots, y_n$ .

**Μονάδες 5**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17.00**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**