

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ - ΑΥΤΟΤΕΛΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ  
& ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

**α.** Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα  $n_i$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ ;

(Μον. 3)

**β.** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ ;

(Μον. 3)

**γ.** Να αποδείξετε ότι  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ .

(Μον. 4)

**Μονάδες 10**

**A2.** Έστω  $f$  μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- α. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.
- β.  $(\sin x)' = \eta\mu x$
- γ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.
- δ. Η διακύμανση  $(s^2)$  είναι μέτρο διασποράς.
- ε. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) < 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι αριθμοί:  $14, 12, 18, 4a-1, 16$  με  $a \in \mathbb{R}$ .

- B1.** Αν η διάμεσος των παραπάνω αριθμών είναι ίση με 15, να υπολογίσετε την τιμή του  $a$ .

**Μονάδες 7**

- B2.** Για  $a=4$  να υπολογίσετε τη διακύμανση  $(s^2)$ .

**Μονάδες 7**

- B3.** Για  $a=4$  να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω αριθμών είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 5**

- B4.** Για  $a=4$  να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των αριθμών που θα προκύψουν, αν ο καθένας από τους παραπάνω αριθμούς πολλαπλασιαστεί με το  $-2$  και στη συνέχεια αυξηθεί κατά 5.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = 2x^3 - 3κx^2 + κ, \quad κ \in \mathbb{R} \text{ και } x \in \mathbb{R}.$$

**Γ1.** Εάν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , να υπολογίσετε τον αριθμό  $κ$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Για  $κ=1$  να βρείτε την τιμή του  $x$  για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της  $f(x)$  γίνεται ελάχιστος.

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Για  $κ=1$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f'$  στο σημείο  $(-1, f'(-1))$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2018, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή του ακρότατου.

**Μονάδες 9**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4)f'(x) - 2x}{x^2}$$

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ-Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΛ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ(ΑΛΓΕΒΡΑ)

Θέμα Α

A1. Α) Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

Β) Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

Γ) Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

A2) Σχολικό βιβλίο σελίδα 27

Α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1.

12, 14, , 16, 18

Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττό  $\square$  οπότε η διάμεσος είναι ίση με τη μεσαία παρατήρηση .

$$4 \frac{12}{1} \frac{15}{5} \frac{16}{4} \frac{16}{16} \frac{16}{16}$$

B2.

12, 14, 15, 16, 18.

$$\bar{x} \frac{12}{1} \frac{14}{5} \frac{15}{4} \frac{16}{16} \frac{18}{16}$$

$$s^2 \frac{(12-15)^2}{1} \frac{(14-15)^2}{5} \frac{(15-15)^2}{4} \frac{(16-15)^2}{16} \frac{(18-15)^2}{16} \frac{20}{5}$$

$$s \frac{2}{5}$$

B3.

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{15} = 0.13 < 0.1$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

B4.

Από εφαρμογή του βιβλίου

$$y_i = 2x_i - 5$$

Άρα

$$\begin{aligned} \bar{y} &= 2\bar{x} - 5 = 30 - 5 = 25 \\ s_y &= 2s = 4 \\ CV_y &= \frac{4}{25} = 0.16 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$\begin{aligned} f(x) &= 6x^2 - 6 \\ f(1) &= 6 - 6 = 0 \end{aligned}$$

Γ2.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 3x^2 + 1 \\ f(x) &= 6x^2 - 6x \\ f(2\tilde{x}) &= 6\tilde{x}^2 - 6\tilde{x} = 6\tilde{x}(\tilde{x} - 1) \end{aligned}$$

Για  $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$  η  $f$  γνησίως φθίνουσα

Για  $x \in \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$  η  $f$  γνησίως αύξουσα

Άρα η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο στο  $x = \frac{1}{2}$ .

Γ3.

Η εξίσωση εφαπτομένης είναι

$$y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$$

$$\lambda = f\left(\frac{1}{2}\right) = 18$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 12$$

Άρα

$$y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$$

$$12 = 18 + \beta \implies \beta = -6$$

Οπότε η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  είναι

$$y = -18x - 6$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 4}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

Δ2. Λύνουμε την ανίσωση

$$f(x) > \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$  και γνησίως αύξουσα στο  $\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ . Παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για  $x = \frac{1}{2}$  το  $f = 12$ .

$$\Delta 3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2} \cdot \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 4}} \cdot 2x = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \sqrt{x^2 - 4} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \sqrt{x^2 - 4} - 2x}{x^2} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{x + \sqrt{x^2 - 4}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4 - 2x^2 + 2x\sqrt{x^2 - 4}}{x^2(x + \sqrt{x^2 - 4})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 + 2x\sqrt{x^2 - 4}}{x^2(x + \sqrt{x^2 - 4})}$$

### ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΡΑΙΑ

ΜΠΑΞΒΑΝΙΔΗΣ ΓΡΗΓΟΡΗΣ  
ΣΩΤΗΡΟΠΟΥΛΟΥ ΔΕΣΠΟΙΝΑ  
ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ ΜΑΡΙΑ  
ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ  
ΧΑΡΙΣΗ ΣΤΕΛΛΑ  
ΛΕΜΠΕΣΗ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ  
ΑΝΔΡΙΟΠΟΥΛΟΣ ΠΩΡΤΟΣ  
ΝΑΣΟΠΟΥΛΟΥ ΕΛΠΙΔΑ