

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
 ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
 ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω t_1, t_2, \dots, t_n οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n που έχουν μέση τιμή \bar{x} . Σχηματίζουμε τις διαφορές $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$. Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν.

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής.

Μονάδες 4

A3. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι ίσο με $l \in \mathbb{R}$, τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = l^v, \text{ όπου } v \text{ φυσικός αριθμός.}$$

β) Για κάθε $x > 0$ ισχύει $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

- γ) Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ βρίσκεται το 95% περίπου των παρατηρήσεων, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.
- δ) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.
- ε) Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i δίνεται από τον τύπο $f_i = \frac{v_i}{v}$, όπου v_i η συχνότητα της τιμής x_i και v το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι μέγιστες θερμοκρασίες σε 6 πόλεις μια ημέρα του χειμώνα είναι:

7, 8, 10, 5, 11, 7

B1. Για τις παρατηρήσεις αυτές, να υπολογίσετε:

- α. τη μέση τιμή \bar{x} (μον. 3)
 β. τη διάμεσο \bar{d} (μον. 3)
 γ. τη διακύμανση s^2 (μον. 5)

Μονάδες 11

B2. Να αποδείξετε ότι το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων δεν είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε τον μικρότερο θετικό αριθμό τον οποίο πρέπει να προσθέσουμε σε καθενιά από τις παραπάνω παρατηρήσεις, ώστε το δείγμα που θα προκύψει να είναι ομοιογενές.

Μονάδες 9

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 - kx + 2, \quad k \in \mathbb{R}.$$

Γ1. Να υπολογίσετε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη 1.

Μονάδες 5

Γ2. Για $k=3$ να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1}$.

Μονάδες 10

Γ3. Για $k=3$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(2, f(2))$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} + \frac{3}{4}$$

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .

Μονάδες 3

Δ2. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = \frac{4 - x^2}{(x^2 + 4)^2}$.

Μονάδες 5

Δ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 8

Δ4. Αν οι τιμές $f(-1), f(1), f(0,25), f(-0,5), f(0)$ είναι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X , τότε να τις διατάξετε κατά αύξουσα σειρά (μον. 5) και να υπολογίσετε το εύρος τους (R) (μον. 2) και τη διάμεσό τους (δ) (μον. 2).

Μονάδες 9

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17.00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ