2016

Α

Α1 $f(x+h) - f(x) = x + h - x = h$

$h \neq 0$ είναι $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{h}{h} = 1$

Άρα $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} 1 = 1 = (x)'$

Α2 Έστω ένα δείγμα μεγέθους ν με ν περιττό που διατάχθηκαν σε αύξουσα σειρά.
Διάμεσος λέγεται η μεσαία παρατήρηση, αν ν περιττός

Α3
- α) Σ
- β) Λ
- γ) Σ
- δ) Σ
- ε) Σ

Β

Β1

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$x_i v_i$
$x_1 = 0$	5	5	25%	0
$x_2 = 1$	4	9	20%	4
$x_3 = 2$	2	11	10%	4
$x_4 = 3$	4	15	20%	12
$x_5 = 4$	5	20	25%	20
	$v = 20$			

Β2 $\bar{x} = \frac{0+4+4+12+20}{20} = \frac{40}{20} = 2$

Β3 Η N_3 εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες του x_3. $N_3 = 15$

(Η F_3 εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες τη x_3)

Β4 Το πολύ 1 π.κ έχουν το $F_2\% = 45\%$

Άρα τουλάχιστον 2 π.κ έχει το $100\% - 45\% = 55\%$

ή $f_2\% + f_3\% + f_4\% = 10 + 20 + 25\% = 55\%$

Γ) $f(x)=\frac{x}{x^2+1}+\frac{1}{2}$ /R

Γ1) $f'(x)=\left(\frac{x}{x^2+1}+\frac{1}{2}\right)'=\left(\frac{x}{x^2+1}\right)'+\left(\frac{1}{2}\right)'=\frac{(x)'\cdot(x^2+1)-x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

Γ2) $f'(-1)=\frac{1-(-1)^2}{((-1)^2+1)^2}=\frac{0}{4}=0$

$f'(1)=\frac{1-1^2}{(1^2+1)^2}=\frac{0}{4}=0$

Γ3) $f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow x^2-1=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow x=1,\ x=-1$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}>0 \Leftrightarrow 1-x^2>0 \Leftrightarrow x^2-1<0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)<0 \Leftrightarrow -1<x<1$

$f'(x)<0$: $x<-1,\ x>1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
f	↘		min	↗	max	↘	

$f(-1)\in\mathbb{R}$ $f(1)\in\mathbb{R}$

Γ4) Έστω $f:\downarrow$ στο $[1,+\infty)$

$2015<2016 \Rightarrow f(2015)>f(2016)$

Δ) $f(x)=x^2+ax-3$ /R

Δ1) $\alpha=\lim\limits_{x\to 4}\left(\frac{x^2-6x+8}{x-4}\right)=\lim\limits_{x\to 4}\frac{(x-4)(x-2)}{x-4}=4-2=2$

	1	−6	8	4
		4	−8	
	1	−2	0	

$f(x)=x^2+2x-3$

Δ2) $f'(x)=2x+2$

$f'(-1)=2(-1)+2=-2+2=0$

$f(-1)=(-1)^2+2(-1)+3=1-2+3=2$

Δ3) $\varepsilon: y=f'(-1)x+\kappa$

$y=0\cdot x+\kappa$

Έστω $M\in(\varepsilon)$

$M(-1,f(-1))$

$f(-1)=-2\cdot(-1)+\kappa \Rightarrow 2=2+\kappa \Rightarrow \kappa=0$

$\varepsilon: y=0$

Δ4) $A(x_1,y_1)$ $A_2(x_2,y_2)$ $A_3(x_3,y_3)$ $A_4(x_4,y_4)$ $A_5(x_5,y_5)\in(\varepsilon): y=-2x-7$

$\bar{x}=2$

$\bar{y}=-2\bar{x}+(-7)=-2\cdot 2-7=-4-7=-11$

$y_1=-2x_1-7,\ y_2=-2x_2-7,\ y_3=-2x_3-7,\ y_4=-2x_4-7,\ y_5=-2x_5-7$

$\bar{y}=\frac{y_1+y_2+y_3+y_4+y_5}{5}=\frac{-2x_1-7-2x_2-7-2x_3-7-2x_4-7-2x_5-7}{5}=\frac{-2(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)-35}{5}=-2\cdot 2-7=-11$