

ΘΕΜΑ

A

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

A Θέμα

001 Σ

002 Σ

003 Σ

004 Σ

005 Σ

006 Λ

007 Λ

008 Σ

009 Λ

010 Λ

011 $f(x) = \begin{cases} x & \text{αν } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{αν } x > 0 \end{cases}$

012 Λ

013 Σ

014 * Δ

015 Λ

016 Λ

017 Σ

018 Σ

019 Σ

020 Λ

021 Λ

022 Λ

023 Λ

024 Λ

025 Λ

026 Σ

027 Λ

028 Λ

029 $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ και $g(x) = \frac{1}{x^2}$

030 Σ

031 Σ

032

033 Σ

034 Σ

035 Λ

036 Σ

037 Λ

038 Λ

039 Σ

040 Λ

041 Λ

042 Λ

043 Λ

044 Σ

045 Σ

046

047

048

049 Λ

050 Σ

051 Σ

052 Λ

053 Σ

050 Λ

055 Λ

056 Λ

057 $f(x) = \begin{cases} c_1 & \text{αν } x < 0 \\ c & \text{αν } x = 0 \\ c_2 & \text{αν } x > 0 \end{cases}$

Επειδή είναι συνεχής προκύπτει $c_1 = c_2 = c$ και άρα $f(x) = c$

058 Σ

059 Σ

060 Σ

061 Λ

062 Από $f'(x) < 1$ είναι και $\int_0^1 f'(x) dx < \int_0^1 1 dx < 1 \Leftrightarrow f(1) - f(0) < 1$

063 Σ

064 Σ

065 Σ

066 Σ

067 Σ

068 Σ

069 Σ

070 Σ

071 Σ

072 Λ

073 Λ

074 Σ

075 Σ

076 ~~Σ~~ Αφού τελικά η f έχει σταθερό πρόσημο ως συνεχής με μη μηδενικές τιμές ή θα είναι $f(x) > 0$

και άρα $\left| \int_0^1 f(x) dx \right| = \int_0^1 |f(x)| dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx$ Προφανές

ή θα είναι $f(x) < 0$

και άρα $\left| \int_0^1 f(x) dx \right| = \int_0^1 |f(x)| dx \Leftrightarrow -\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (-f(x)) dx$ Προφανές

077 ~~Σ~~ $f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ **078** * Γ

079 * Α $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^{20} - x + 1}$ Ε $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(x^3 + x + 1))$

080 Σ **081** Σ **082** Λ **083** Σ **084** Σ

085 ~~Σ~~ Θεωρούμε τη συνάρτηση $h(x) = f(x) - g(x)$

Επειδή $h(\alpha) = h(\beta) = 0$

από Θ. Rolle θα υπάρχει r , ώστε $h'(r) = 0 \Leftrightarrow f'(r) = g'(r)$

και άρα οι εφαπτόμενες στα σημεία $A(x_0, f(x_0)), B(x_0, g(x_0))$

είναι παράλληλες.

086 Σ **087** Λ **088** Σ **089** Σ **090** Σ
091 Σ **092** Σ **093** Λ **094** Σ

095 Λ

096 Λ **097** Λ **098** Σ **099** Σ **100** Λ

101 Λ **102** Σ **103** Σ **104** Σ **105** Λ

106 Σ **107** Σ **108** * Β $l \leq m$ **109** Λ

110 * Ε -8 **111** * Ε 0 **112** * Β $\frac{4}{3}$ **113** * Γ $-\frac{1}{x^2}$

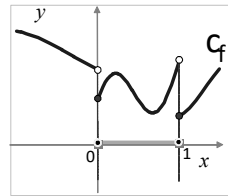
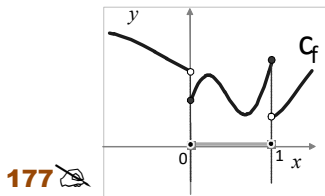
114 * Ε $\ln 125 \cdot 5^{3x}$

115 * Β $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \leq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx$ **116** ~~Σ~~ $f(x) = x^4, x \in \mathbb{R}$

117 * Δ $-\int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^5 f(x) dx$ **118** Σ

Θέμα Α

- 119** Σ **120** Σ **121** Σ **122** Σ **123** Σ
124 Σ **125** Σ **126** Λ **127** Σ **128** Σ
129 Λ **130** Λ **131** Σ **132** Σ **133** Σ
134 Λ **135** Λ **136** Σ **137** Λ **138** Σ
139 Σ **140** Σ **141** Λ **142** Λ **143** Λ
144 Λ **145** Σ **146** Λ **147** Λ **148** Λ
149 Λ **150** Λ **151** Λ **152** Λ **153** Σ
154 Σ **155** Σ **156** Σ **157** Λ **158** Λ
159 Σ **160** Σ **161** Σ **162** Λ **163** ✗
164 Σ **165** Λ **166** Σ **167** Λ **168** Λ
169 ✗ **170** Σ **171** ✗ **172** Σ **173** Λ
174 Λ **175** Λ **176** Σ



178 ✗ $f'(x) = 6x^5 - 4x^3 + 3$ η οποία έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R}

179 ✗ Έχουν έννοια τα β. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$ γ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$

δ. Έχει έννοια το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$, αλλά δεν υπάρχει

180 * Ε **181** ✗ $f(x) = x^3$ **182** Σ **183** Σ **184** Σ

185 Λ **186** * Β $\int_{-1}^1 f(x) dx > \int_{-1}^1 g(x) dx$ **187** * Α $-\frac{1}{\pi}$

188 * Α $\frac{4}{3}$ **189** ✓ $C_g \equiv C_H, C_f \equiv C_T, C_h \equiv C_G$

190 ✓ 1. - Δ. 2. - Γ. 3. - Α. **191** * Β Ζ

192 ✗

193 ✗ Γίνεται αλλαγή μονοτονίας στο 1 από φθίνουσα σε αύξουσα.

194 ✎ Γιατί εκατατέρωθεν του 1 δεν γίνεται αλλαγή μονοτονίας.

195 Σ 196 Λ

197 ✎ Γιατί τα πελυρικά όρια στο 1 απειρίζονται.

198 ✎ Η απόσταση $d(x)$ του $A(x, f(x))$ από τον x' είναι ίση με $d(x) = f(x)$

Είναι $d(x) \geq d(x_0)$ και από Θ.Fermat είναι $d'(x_0) = f'(x_0) = 0$

199 200 Λ

201 ✎ $(f \cdot g)'(0) = f'(g(0)) \cdot g'(0) = 0$ και $(g \cdot f)'(0) = g'(f(0)) \cdot f'(0) = 0$

202 * Γ 203 * Γ $\frac{1}{2}$ 204 * Γ 0 205 * Γ $f(1) > 0$

206 * Ε $\frac{\alpha^2}{\alpha - 1}$ 207 ✎ Το $x = \frac{1}{u}$ δεν μπορεί να διατρέχει το $[-1, 1]$

208 Σ 209 Σ 210 Σ 211 Σ 212 Σ

213 Σ 214 Λ 215 Λ 216 Σ 217 Σ

218 Σ 219 Σ 220 Σ 221 Λ 222 Λ

223 Σ 224 Σ 225 Λ 226 Λ 227 Σ

228 Σ 229 Σ 230 Σ 231 Λ 232 Σ

233 Λ 234 Λ 235 Λ 236 Λ 237 Λ

238 Σ 239 Λ 240 Λ 241 Σ 242 Σ

243 Σ 244 Σ 245 Σ 246 Σ 247 ✎

248 ✎ 249 ✎ 250 Σ

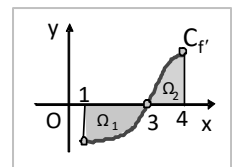
251 ✎ Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, 3]$ και $f(1) > f(3)$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[3, 4]$ και $f(4) > f(3)$

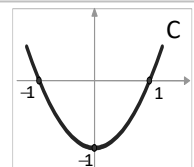
$$E(\Omega_1) = -\int_1^3 f'(x) dx = f(1) - f(3) = 4 - f(3)$$

$$E(\Omega_2) = \int_3^4 f'(x) dx = f(4) - f(3) = 5 - f(3)$$

Άρα $E(\Omega_1) < E(\Omega_2)$



252 ✎ $(f + g)(x) = 2x$



253 ✎ Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, -1]$ και $[1, +\infty)$

και γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 1]$

Είναι κυρτή στο \mathbb{R} και η f δεν παρουσιάζει καμπές.