

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε να αποδείξετε ότι το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f . **Μονάδες 7**
- A2.** Πότε δύο συναρτήσεις f, g λέγονται ίσες; **Μονάδες 4**
- A3.** Να διατυπώσετε το θεώρημα μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά. **Μονάδες 4**
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν G είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha, \beta]$, τότε το $\int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = G(\alpha) - G(\beta)$.
- β)** Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
- γ)** Κάθε συνάρτηση f , για την οποία ισχύει $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$, είναι σταθερή στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$.
- δ)** Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, η εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x .
- ε)** Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m . **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$.

- B1.** Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα, τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως φθίνουσα και τα ακρότατα της f . **Μονάδες 6**
- B2.** Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή, τα διαστήματα στα οποία η f είναι κοίλη και να προσδιορίσετε τα σημεία καμπής της γραφικής της παράστασης. **Μονάδες 9**
- B3.** Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f . **Μονάδες 7**
- B4.** Με βάση τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα **B1, B2, B3** να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . (Η γραφική παράσταση να σχεδιαστεί με στυλό) **Μονάδες 3**

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Να λύσετε την εξίσωση $e^{x^2} - x^2 - 1 = 0, x \in \mathbb{R}$. **Μονάδες 4**
- Γ2.** Να βρείτε όλες τις συνεχείς συναρτήσεις $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ που ικανοποιούν την σχέση $f^2(x) = (e^{x^2} - x^2 - 1)^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 8**
- Γ3.** Αν $f(x) = e^{x^2} - x^2 - 1, x \in \mathbb{R}$, να αποδειχθεί ότι η f είναι κυρτή. **Μονάδες 4**
- Γ4.** Αν f είναι η συνάρτηση του ερωτήματος **Γ3**, να λυθεί η εξίσωση: $f(|\eta\mu x| + 3) - f(|\eta\mu x|) = f(x + 3) - f(x)$, όταν $x \in [0, +\infty)$. **Μονάδες 9**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση f ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , με συνεχή δεύτερη παράγωγο, για την οποία ισχύει ότι:

- $\int_0^{\pi} (f(x) + f''(x))\eta\mu x dx = \pi$
 - $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\eta\mu x} = 1$
 - $e^{f(x)} + x = f(f(x)) + e^x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- Δ1.** Να δείξετε ότι $f(\pi) = \pi$ (μονάδες 4) και $f'(0) = 1$ (μονάδες 3). **Μονάδες 7**
- Δ2.** **α)** Να δείξετε ότι η f δεν παρουσιάζει ακρότατα στο \mathbb{R} . (μονάδες 4)
β) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . (μονάδες 2) **Μονάδες 6**
- Δ3.** Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{f(x)}$. **Μονάδες 6**
- Δ4.** Να δείξετε ότι $0 < \int_1^{e^{\pi}} \frac{f(\ln x)}{x} dx < \pi^2$. **Μονάδες 6**

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 262

A2. Ορισμός σελ. 141 σχολικού βιβλίου

A3. Θεώρημα σελ. 246 – 247 σχολικού βιβλίου

A4. α) ► Λ β) ► Σ γ) Λ δ) ► Σ ε) ► Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} ως ρητή με, $f'(x) = \frac{2x(x^2+1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$. Η $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ και

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$. Άρα έχουμε,

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'		- 0 +	
f		↘ ↗	

min

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$, γνησίως φθίνουσα στο $[0, +\infty)$ και παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 0$ το $f(0) = 0$

B2. Η f' είναι παραγωγίσιμη ως ρητή με,

$$f''(x) = \frac{2(x^2+1)^2 - 2x \cdot 2(x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4} = \frac{(x^2+1) \cdot (2(x^2+1) \cdot 8x^2)}{(x^2+1)^4} = \frac{-6x^2+2}{(x^2+1)^3} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2(3x^2-1)}{(x^2+1)^3} \text{ και}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ενώ}$$

$$-2(3x^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \text{ και } -2(3x^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right). \text{ Άρα}$$

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
f''		- 0 +	0 -	
f		↘ ↗	↘ ↗	

σ.κ σ.κ

Άρα η f είναι κοίλη στα διαστήματα $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ και $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$, είναι κυρτή στο $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$. Ακόμη η f παρουσιάζει

σημεία καμπής στα σημεία $A\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{4}\right)$ και $B\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{4}\right)$

B3. Η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} ως ρητή, άρα δεν έχει κατακόρυφες ασύμπτωτες.

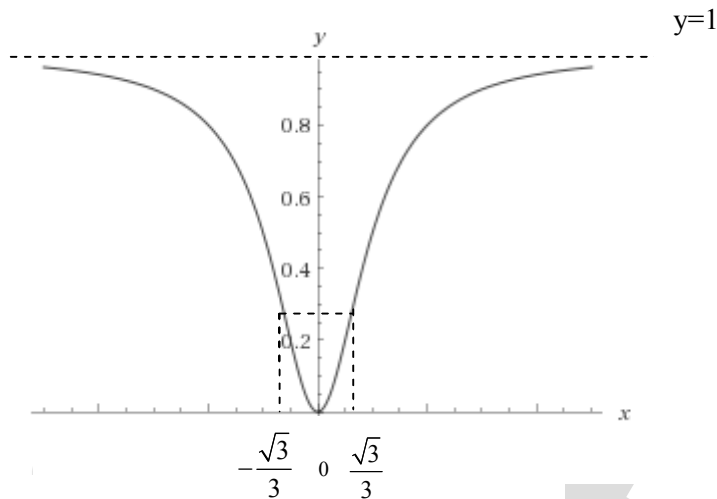
$$\text{Το } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^3 + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0.$$

$$\text{Το } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2 + 1} = 1.$$

Άρα η $\varepsilon_1 : y = 1$ είναι οριζόντια ασύμπτωτη της C_f στο $+\infty$.

Όμοια προκύπτει ότι, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, άρα η (ε_1) είναι οριζόντια ασύμπτωτη της C_f και στο $-\infty$.

B4.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. α' τρόπος:

Από βασική ιδιότητα έχουμε: $\ln x \leq x - 1$ για κάθε $x \in (0, +\infty)$ και η ισότητα ισχύει μόνο για $x = 1$.

Θέτουμε όπου x το e^{x^2} , τότε $\ln e^{x^2} \leq e^{x^2} - 1 \Leftrightarrow x^2 \leq e^{x^2} - 1 \Leftrightarrow e^{x^2} - x^2 - 1 \geq 0$ και η ισότητα ισχύει μόνο για $e^{x^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

β' τρόπος:

Θεωρούμε τη συνάρτηση $h(x) = e^x - x - 1, x \in \mathbb{R}$ συνεχής και παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με $h'(x) = e^x - 1, x \in \mathbb{R}$. Τότε $h'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Για $x > 0 \Leftrightarrow e^x > e^0 \Leftrightarrow e^x > 1 \Leftrightarrow e^x - 1 > 0 \Leftrightarrow h'(x) > 0$.

Για $x < 0 \Leftrightarrow e^x < e^0 \Leftrightarrow e^x < 1 \Leftrightarrow e^x - 1 < 0 \Leftrightarrow h'(x) < 0$. Οπότε

x	$-\infty$	0	$+\infty$
h'	-	0	+
h			

↙ ↘
OE

Επομένως η h παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0 = 0$ το $h(0) = 0$. Άρα για $x \neq 0$ έχουμε $h(x) > h(0) \Leftrightarrow h(x) > 0$.

Συνεπώς η $x = 0$ είναι μοναδική ρίζα της $h(x) = 0$. Άρα $e^{x^2} - x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow h(x^2) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Γ2. Η δοσμένη σχέση ισοδύναμα $|f(x)| = |e^{x^2} - x^2 - 1|$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, αλλά από Γ1 έχουμε $|e^{x^2} - x^2 - 1| = e^{x^2} - x^2 - 1$.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow e^{x^2} - x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ από Γ1. Άρα η f διατηρεί πρόσημο σε κάθε διάστημα $(-\infty, 0)$ και $(0, +\infty)$.

Άρα $f(x) = e^{x^2} - x^2 - 1, x \in \mathbb{R}$ ή $f(x) = -(e^{x^2} - x^2 - 1), x \in \mathbb{R}$ ή $f(x) = \begin{cases} e^{x^2} - x^2 - 1, x \geq 0 \\ -(e^{x^2} - x^2 - 1), x < 0 \end{cases}$

ή $f(x) = \begin{cases} -(e^{x^2} - x^2 - 1), x \geq 0 \\ e^{x^2} - x^2 - 1, x < 0 \end{cases}$

Γ3. α' τρόπος:

Η f είναι τρεις φορές παραγωγίσιμη με $f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x - 2x = 2x(e^{x^2} - 1), x \in \mathbb{R}$

$f''(x) = 2(e^{x^2} - 1) + 2x(e^{x^2} \cdot 2x) = 2(e^{x^2} - 1) + 4x^2 \cdot e^{x^2}, x \in \mathbb{R}$ και

$f'''(x) = 2 \cdot 2xe^{x^2} + 8xe^{x^2} + 4x^2 \cdot 2xe^{x^2} = 12xe^{x^2} + 8x^3e^{x^2} = 4xe^{x^2}(3 + 2x^2)$. Τότε $f'''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ και $f'''(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'''	-	0	+
f''			

↙ ↘
ελάχιστο

Για $x < 0 \Leftrightarrow f''(x) > f''(0) \Leftrightarrow f''(x) > 0$, για $x > 0 \Leftrightarrow f''(x) > f''(0) \Leftrightarrow f''(x) > 0$, $f''(0) = 0$. Άρα $f''(x) > 0$ για $x \neq 0$ οπότε η f είναι κυρτή.

β' τρόπος:

Η f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με $f'(x) = 2xe^{x^2} - 2x$ και $f''(x) = 2e^{x^2} + 4x^2e^{x^2} - 2$

Από το Γ1 ερώτημα έχουμε $e^{x^2} - 1 \geq x^2 \geq 0$ αρα $2e^{x^2} - 2 \geq 0$ (1) με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 0$.

Και $4x^2e^{x^2} \geq 0$ (2) με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 0$.

Άρα από τις (1) και (2) προκύπτει $2e^{x^2} - 2 + 4x^2e^{x^2} \geq 0$ με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 0$.

Επομένως, $f''(x) > 0$ για $x \neq 0$ και αφού f συνεχής στο \mathbb{R} , η f είναι κυρτή στο \mathbb{R} .

Γ4. Έστω η συνάρτηση $g(x) = f(x+3) - f(x)$. Η g είναι συνεχής στο $[0, +\infty)$ ως πράξεις συνεχών και παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ με $g'(x) = f'(x+3) - f'(x)$.

$x < x+3 \Leftrightarrow f'(x) < f'(x+3) \Leftrightarrow f'(x+3) - f'(x) > 0 \Leftrightarrow g'(x) > 0$. Άρα η g είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$, άρα είναι

$$1-1. f(|\eta\mu x|+3) - f(|\eta\mu x|) = f(x+3) - f(x) \Leftrightarrow g(|\eta\mu x|) = g(x) \Leftrightarrow |\eta\mu x| = x \Leftrightarrow x = 0$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε

$$\int_0^\pi (f(x) + f''(x))\eta\mu x dx = \pi \Leftrightarrow \int_0^\pi f(x)\eta\mu x dx + \int_0^\pi f''(x)\eta\mu x dx = \pi \Leftrightarrow \int_0^\pi f(x)\eta\mu x dx + [f'(x) \cdot \eta\mu x]_0^\pi - \int_0^\pi f'(x) \cdot \sigma\upsilon\nu x dx = \pi$$

$$\Leftrightarrow \int_0^\pi f(x)\eta\mu x dx + f'(\pi) \cdot \eta\mu \pi - f'(0)\eta\mu 0 - [f(x)\sigma\upsilon\nu x]_0^\pi + \int_0^\pi f(x)(-\eta\mu x) dx = \pi \Leftrightarrow -f(\pi) \cdot \sigma\upsilon\nu \pi + f(0) \cdot \sigma\upsilon\nu 0 = \pi$$

$$\Leftrightarrow f(\pi) + f(0) = \pi \text{ ①. Ακόμη θεωρούμε } g(x) = \frac{f(x)}{\eta\mu x} \Leftrightarrow f(x) = \eta\mu x \cdot g(x) \text{ για } x \text{ κοντά στο } 0 \text{ με } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1 \text{ και η } f \text{ είναι}$$

συνεχής στο $x_0 = 0$ ως παραγωγίσιμη οπότε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$. Έτσι έχουμε, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} [\eta\mu x g(x)] = \eta\mu 0 \cdot 1 = 0$ άρα

$$f(0) = 0. \text{ Συνεπώς από ①: } f(\pi) = \pi. \text{ Επιπλέον έχουμε, το } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x \cdot g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} \cdot g(x) = 1 \cdot 1 = 1 \in \mathbb{R}.$$

Άρα $f'(0) = 1$.

Δ2. α. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ έχουμε $e^{f(x)} + x = f(f(x)) + e^x$. Παραγωγίζοντας ως προς x έχουμε, $e^{f(x)} \cdot f'(x) + 1 = f'(f(x)) \cdot f'(x) + e^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ②. Έστω ότι υπάρχει $x_0 \in \mathbb{R}$ εσωτερικό του \mathbb{R} , στο οποίο η f παρουσιάζει ακρότατο, τότε από θ. Fermat

το $f'(x_0) = 0$ ③. Για $x = x_0$ η ② τότε γίνεται: $e^{f(x_0)} \cdot f'(x_0) + 1 = f'(f(x_0)) \cdot f'(x_0) + e^{x_0} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} 1 = e^{x_0} \Rightarrow x_0 = 0$.

Τότε έχουμε $f'(0) = 0$ που είναι άτοπο. Επομένως η f δεν παρουσιάζει ακρότατα στο \mathbb{R} .

β. Από το Δ2 (α) έχουμε ότι $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και f' είναι συνεχής στο \mathbb{R} ως παραγωγίσιμη, συνεπώς η f' διατηρεί πρόσημο στο \mathbb{R} . Όμως έχουμε, $f'(0) = 1 > 0$, άρα $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Επομένως, η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Δ3. Η f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} , οπότε έχει σύνολο τιμών το $f(\mathbb{R}) = \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \right) = \mathbb{R}$ συνεπώς

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ και } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty. \text{ Ακόμη ισχύει, } |\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x| \leq |\eta\mu x| + |\sigma\upsilon\nu x| \leq 2, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Για $x > 0 \Leftrightarrow f(x) > f(0) \Leftrightarrow f(x) > 0$. Έτσι έχουμε

$$\left| \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{f(x)} \right| = \frac{|\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x|}{f(x)} \leq \frac{2}{f(x)} \Rightarrow -\frac{2}{f(x)} \leq \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{f(x)} \leq \frac{2}{f(x)}$$

$$\text{Όμως } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{f(x)} \right) = 0 \text{ και } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{f(x)} \right) = 0, \text{ άρα από κριτήριο παρεμβολής έχουμε, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{f(x)} = 0$$

Δ4. α' τρόπος

Έστω $\ln x = u$ με $\frac{1}{x} dx = du$.

Για $x=1$ το $u=0$ και αν $x = e^\pi$ το $u = \pi$.

$$\text{Άρα } \int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_0^\pi f(u) du$$

Όμως, $0 \leq u \leq \pi \Leftrightarrow f(0) \leq f(u) \leq f(\pi) \Leftrightarrow 0 \leq f(u) \leq \pi$ όμως $f(\pi) = \pi$, άρα η f δεν είναι παντού μηδέν άρα, $\int_0^\pi f(u) du > 0$.

Επίσης, $f(0)=0$ άρα η f δεν είναι παντού π , οπότε $\int_0^\pi (f(u) - \pi)du < 0 \Leftrightarrow \int_0^\pi f(u)du - \int_0^\pi \pi du < 0 \Leftrightarrow \int_0^\pi f(u)du < \pi^2$.

Συνεπώς $0 < \int_0^\pi f(u)du < \pi^2$.

β' τρόπος

Έχουμε,

$$1 \leq x \leq e^\pi \Rightarrow \ln 1 \leq \ln x \leq \ln e^\pi \Rightarrow 0 \leq \ln x \leq \pi \Rightarrow f(0) \leq f(\ln x) \leq f(\pi) \Rightarrow 0 \leq f(\ln x) \leq \pi \Rightarrow 0 \leq \frac{f(\ln x)}{x} \leq \frac{\pi}{x} \text{ όμως}$$

$$\frac{f(\ln x)}{x} \text{ για } x = e^\pi: \frac{f(\pi)}{e^\pi} = \frac{\pi}{e^\pi} = \frac{\pi}{e^\pi} \neq 0, \text{ άρα δεν είναι παντού μηδέν, οπότε,}$$

$$\int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx > 0, \text{ ακόμη } \frac{f(\ln x)}{x} - \frac{\pi}{x} \leq 0, \text{ όμοια για } x = e^\pi \text{ δεν είναι μηδέν, άρα,}$$

$$\int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx - \int_1^{e^\pi} \frac{\pi}{x} dx < 0 \Leftrightarrow \int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx < \int_1^{e^\pi} \frac{\pi}{x} dx \Leftrightarrow \int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx < \pi [\ln x]_1^{e^\pi} \Leftrightarrow \int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx < \pi^2.$$

$$\text{Άρα, } 0 < \int_1^{e^\pi} \frac{f(\ln x)}{x} dx < \pi^2.$$

ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ

**ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΑΝΔΑΛΑΚΗΣ • ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΚΥΡΙΑΚΑΚΗΣ • ΜΑΝΟΛΗΣ ΑΘΑΝΑΣΑΚΗΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΡΑΛΗΣ • ΒΑΣΙΛΗΣ ΚΑΡΑΤΖΙΑΣ • ΝΙΚΟΣ ΣΤΑΥΡΟΥΛΑΚΗΣ
ΣΤΑΥΡΟΣ ΓΕΡΜΑΚΟΠΟΥΛΟΣ • ΒΑΝΑ ΚΑΤΣΟΥΛΗ • ΣΩΚΡΑΤΗΣ ΜΑΚΡΑΚΗΣ
ΜΑΝΟΛΗΣ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΑΚΗΣ • ΚΩΣΤΑΣ ΑΣΦΕΝΤΑΓΑΚΗΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ • ΜΑΝΟΛΗΣ ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ • ΝΙΚΟΣ ΣΠΛΗΝΗΣ
ΜΑΡΙΑ ΤΕΡΖΑΚΗ • ΜΑΡΙΑ ΧΡΙΣΤΟΦΑΚΗ • ΝΙΚΟΣ ΜΑΚΡΑΚΗΣ**