Θέμα 25

Α. $\left.\begin{array}{l} g(0) = f(1) - 1 \\ g(-1) = f(1) - 1 \end{array}\right\} \Rightarrow g(0) = g(-1)$ όμως $0 \neq -1$ Άρα g όχι 1-1, άρα δεν αντιστρέ-φεται

Β1. g παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων

$g'(x) = f'(x^2+x+1)\cdot(x^2+x+1)' \Rightarrow g'(x) = f'(x^2+x+1)\cdot(2x+1)$

$g'(0) = f'(1)\cdot 1 \Rightarrow g'(0) = 1$

Β2. $L = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x^2+x+1) - f(1)}{x}$

$g(x) = f(x^2+x+1) - 1 \Leftrightarrow f(x^2+x+1) = g(x)+1$

$f(1) = g(0)+1$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)+\cancel{1} - g(0) - \cancel{1}}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)-g(0)}{x} = g'(0) = 1$

Γ. $\varepsilon_f: \; y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow y = x - 1 + f(1) \rightarrow y = x - \cancel{1} + g(0) + \cancel{1} \Rightarrow y = x + g(0)$

$\varepsilon_g: \; y - g(0) = f'(0)(x-0) \Rightarrow y = x + g(0)$

Δ1. Έστω $f \searrow$ τότε $x < 1 \Leftrightarrow f(x) > f(1) \Leftrightarrow f(x) - f(1) > 0 \Leftrightarrow \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} < 0$

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} < 0$ Άτοπο αφού $f'(1) = 1 > 0$

Άρα $f \uparrow$

Δ2. $g'(x) = f'(x^2+x+1)\,(2x+1)$

$f' > 0$

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$		$\nearrow$	