Θέμα 21

A. $f''(0)=0$ και $f'(0)=2$

$f(x)=2e^x-ax^2+bx-2$

$f'(x)=2e^x-2ax+b$

$f''(x)=2e^x-2a$

Άρα $f''(0)=0 \Leftrightarrow 2-2a=0 \Leftrightarrow a=1$

$f'(0)=2 \Leftrightarrow 2+b=2 \Leftrightarrow b=0$

Οπότε $f(x)=2e^x-x^2-2$

B1. $f'(x)=2e^x-2x$

$f''(x)=2e^x-2$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow e^x-1=0 \Leftrightarrow x=0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f'	$\searrow$	Ο.Ε.	$\nearrow$

Η f' παρουσιάζει Ο.Ε. στο $x=0$ το $f'(0)=2$ Άρα $f'(x)\geq f'(0) \Leftrightarrow f'(x)\geq 2 \Rightarrow f'(x)>0$ οπότε f γνησίως αύξουσα.

B2. $2e^x-x^2=2e^{\sqrt{x}}-x \Leftrightarrow 2e^x-x^2-2=2e^{\sqrt{x}}-\sqrt{x}^2-2$

$\Leftrightarrow f(x)=f(\sqrt{x}) \underset{1-1}{\overset{f\uparrow}{\Longrightarrow}} x=\sqrt{x} \overset{x\geq 0}{\Leftrightarrow} x^2=x$

$\Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow x=0$ ή $x=1$

Γ1.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f	$\frown$		$\smile$

Γ2. $e^x=0,5\cdot x^2+x+1 \Leftrightarrow e^x=\frac{1}{2}x^2+x+1 \Leftrightarrow 2e^x=x^2+2x+2$

$\Leftrightarrow 2e^x-x^2-2=2x \Leftrightarrow f(x)=2x$

$\varepsilon: y-f(0)=f'(0)(x-0) \Leftrightarrow y=2x$

Άρα $f(x)=2x \Leftrightarrow f(x)=y \Leftrightarrow x=0$