Θέμα 15

Α. $f'(0)=0 \Leftrightarrow b=0$

$f''(-1)=0 \Leftrightarrow 12-12a=0 \Leftrightarrow a=1$

Άρα $f(x)=2x^3+6x^2$, $x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=6x^2+12ax+b$

$f''(x)=12x+12a$

Β. $f'(x)=6x^2+12x$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x(x+2)=0 \Leftrightarrow x=0$ ή $x=-2$

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	ΤΜ	$\searrow$	ΤΕ	$\nearrow$

Άρα

ΤΜ το $f(-2)=8$

ΤΕ το $f(0)=0$

$f''(x)=12x+12$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow 12x+12=0 \Leftrightarrow x=-1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f	$\frown$		$\smile$

Σ.Κ το $f(-1)=4$

x	$-\infty$	-2		-1		0	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
f''	$-$		$-$	0	$+$		$+$
f	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

Γ. Αν $m<0$ τότε η ε τέμνει την C_f σε 1 σημείο

Αν $0\le m\le 8$ τότε η ε τέμνει την C_f σε 3 σημεία

Αν $m>8$ τότε η ε τέμνει την C_f σε 1 σημείο

Δ. $f'(x)=2021$, Βρίσκω το σύνολο τιμών της f'

- $\Delta_1=(-\infty,-1]$, f' $\searrow$ $\Rightarrow f'(\Delta_1)=[f'(-1), \lim\limits_{x\to-\infty}f'(x))=[-6,+\infty)$
- $\Delta_2=(-1,+\infty)$, f' $\nearrow$ $\Rightarrow f'(\Delta_2)=(f'(-1), \lim\limits_{x\to+\infty}f'(x))=(-6,+\infty)$

Άρα το $2021\in f'(\Delta_1)$ οπότε υπάρχει μοναδικό x_1 τ.ω. $f'(x_1)=2021$

$2021\in f'(\Delta_2)$ οπότε υπάρχει μοναδικό x_2 τ.ω. $f'(x_2)=2021$

Ε.

- Η f συνεχής στο $[-2,c]$ ως πολυωνυμική
- Η f παραγωγίσιμη στο $(-2,c)$ ως πολυωνυμική
- $f(-2)=f(c) \Leftrightarrow -16+24=2c^3+6c^2 \Leftrightarrow 2c^3+6c^2-8=0$

$\Leftrightarrow c^3+3c^2-4=0 \Leftrightarrow (c-1)(c^2+4c+4)=0$

$c-1=0$ ή $(c+2)^2=0$

$\boxed{c=1}$, $c=-2$ Απορ.

1	3	0	−4	ρ=1
///	1	4	4	
1	4	4	0	