

Θέμα 01

A1. $f^{-1}(x) = e^x + 1$

$$(f^{-1})'(x) = (e^x + 1)' = e^x > 0 \Rightarrow f^{-1} \uparrow$$

A2. $(f^{-1})''(x) = (e^x)' = e^x > 0 \Rightarrow f^{-1} \curvearrowright$

A3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f^{-1}(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + 1) = 0 + 1 = 1$ Άρα $y=1$ οριζόντια ασύμπτωτη

B. $f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow e^y + 1 = x \Leftrightarrow e^y = x - 1 \stackrel{x > 1}{\Rightarrow} \ln e^y = \ln(x - 1) \Rightarrow y = \ln(x - 1)$
Άρα $f(x) = \ln(x - 1)$, $x > 1$

Γ. Οι C_f , $C_{f^{-1}}$ είναι συμμετρικές ως προς την $y=x$

Δ. $\pi = f^{-1}(f(e)) - f^{-1}(0) - f^{-1}(f^{-1}(0)) + (f^{-1}(\exists f(z)))'$
 \hookrightarrow αριθμός

$$\rightarrow f^{-1}(f(e)) = e$$

$$\rightarrow f^{-1}(0) = e^0 = 1$$

$$\rightarrow f^{-1}(f^{-1}(0)) = f^{-1}(1) = e + 1$$

$$\text{Άρα } \pi = e - 1 - (e + 1) + 0$$

$$\pi = e - 1 - e - 1$$

$$\pi = -2$$