1.1. Για τις ορισμένες στο R συναρτήσεις f, g είναι $(f\circ g)(x)=x,\ x\in R$

- Να προσδιορίσετε την g, αν $f(x)=2x$
- Να προσδιορίσετε την f, αν $g(x)=2x$

1.2. Να βρείτε τη συνάρτηση f/R_+^*, ώστε $2f(x)-f\left(\frac{1}{x}\right)=1$, για κάθε $x>0$

1.3. Έστω οι συναρτήσεις $f(x)=\alpha x^2+\frac{\beta}{x}-1$ και $g(x)=3x-2$

Να βρείτε τους $\alpha,\beta\in R$, ώστε οι C_f, C_g να τέμνονται πάνω στις $x=1$, $x=-1$

1.4. Έστω η συνάρτηση $f(x)=2e^x+x$, $x\in R$

Να αναλύσετε αυτή ως άθροισμα δύο συναρτήσεων μίας άρτιας και μίας περιττής.

1.5. Έστω η συνάρτηση $f(x)=x+\ln x$, $x>0$

Να γράψετε τη συνάρτηση f ως σύνθεση δύο συναρτήσεων.

1.6. Αν για τις ορισμένες στο R συναρτήσεις $f(x)=ax^2+bx+c$ και $g(x)=-x$ με $a,b,c\in R$ είναι $(f\circ g)(x)=2(g\circ f)(x)$, να αποδείξετε ότι $f(x)=0$

1.7. Αν $m>0$ και $m\left(m+\frac{1}{m}\right)^5+m^2-34m+1\le 0$, να αποδείξετε ότι $m=1$

1.8. Έστω οι αριθμοί $x,y>0$, ώστε $x+y=2$

Να αποδείξετε ότι η $\Pi=x^2+xy+y^2$ έχει ελάχιστο, αλλά δεν έχει μέγιστο.

1.9. Αν η συνάρτηση f/R έχει ελάχιστο στο 1, να αποδείξετε ότι η $g(x)=-f(x)$ έχει μέγιστο.

1.10. Έστω η ορισμένη στο R συνάρτηση $f(x)=2x^4-8x^3+18x^2-20x+12$, $x\in R$
Να αποδείξετε πρώτα ότι το τριώνυμο x^2-2x+2
διαιρεί το $f(x)$ και μετά να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο το 4

1.20. Έστω η συνάρτηση $f:R\to R$, ώστε $f\big(f(x)\big)+f(x)=2$, για κάθε $x\in R$

Αν $f(0)=1$, να αποδείξετε ότι η f δεν αντιστρέφεται.

1.21. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει γνησίως μονότονη συνάρτηση $f:R\to R$ ώστε $f(x)=f^{-1}(4-x)$

1.22. Αν $f(x)=2x-4$, $x\in R$, να λύσετε την ανίσωση $f^5(x)\le 6-2x$

1.23. Αν η συνάρτηση $f:R\to R$, είναι $1-1$ και $f\big(f(x)-x\big)=0$, για κάθε $x\in R$ να αποδείξετε ότι $f(x)=x$, $x\in R$

1.24. Αν $e^{-x}f(x)\ge 1$ και $f(x)f(-x)=1$, $x\in R$, να αποδείξετε ότι $f(x)=e^x$

1.25. Αν για τη γνησίως αύξουσα στο R συνάρτηση f είναι $f(x)\le g(x)$, $x\in R$

Να αποδείξετε ότι $\big(f\circ f\big)(x)\le\big(g\circ g\big)(x)$, για κάθε $x\in R$

1.26. Έστω οι συναρτήσεις f και g, ώστε $f(x)+2x-2=g(x)+x^2$, για κάθε $x\in R$

Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση C_f είναι πάνω από τη γραφική παράσταση C_g και να βρείτε την ελάχιστη κατακόρυφη απόσταση των C_f, C_g

1.27. Έστω η $1-1$ συνάρτηση $f:R\to R$

Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f^{-1} έχει μία ακριβώς ρίζα.

1.28. Έστω οι συναρτήσεις $f:R\to R$, $g:R\to R$ και η $1-1$ συνάρτηση $h:R\to R$

ώστε $\big(f\circ g\big)(x)=h(x)$, για κάθε $x\in R$

Να αποδείξετε ότι οι $f\circ g$ και g είναι $1-1$

1.29. Έστω η συνάρτηση $f:R\to R$, με $f(x)=x+e^x-1$

Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f^{-1}(x)=x$ έχει μοναδική λύση το 1

1.30. Να βρείτε την $f:D=(0,+\infty)\to R$, ώστε $\dfrac{e^{2f(x)}-1}{e^{f(x)}}=\dfrac{x^2-1}{x}$, $x>0$