

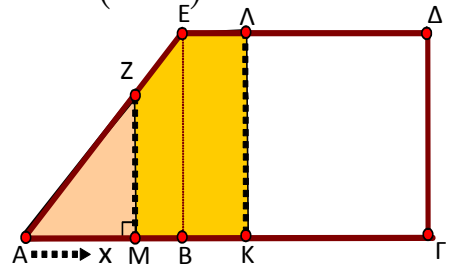
ΘΕΜΑ 03

A. Αν $0 \leq x \leq 8$ είναι $E(x) = (AMZ) = \frac{1}{2} \beta u = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x = \frac{1}{2} x^2$

Επειδή το τρίγωνο MAZ είναι ισοσκελές, είναι $AM = MZ = x$

Αν $8 < x \leq 18$ είναι $E(x) = (ABE) + (BKLE) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BE + BK \cdot KL$
 $= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 + (x - 8) \cdot 8 = 8x - 32$

Οπότε $E(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x^2 & \text{αν } 0 \leq x \leq 8 \\ 8x - 32 & \text{αν } 8 < x \leq 18 \end{cases}$



B₁. $x = x(t) = 2t^2$, t : sec

Όταν $0 \leq x \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq 2t^2 \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq t^2 \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 2$

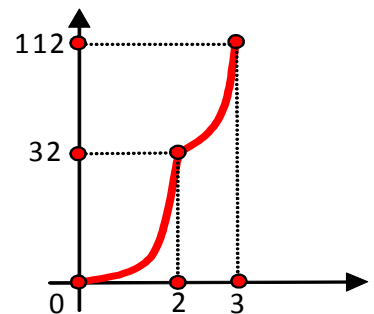
Όταν $8 < x \leq 18 \Leftrightarrow 8 \leq 2t^2 \leq 18 \Leftrightarrow 4 \leq t^2 \leq 9 \Leftrightarrow 2 \leq t \leq 3$

Οπότε $E(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} (2t^2)^2 & \text{αν } 0 \leq t \leq 2 \\ 8(2t^2) - 32 & \text{αν } 2 < t \leq 3 \end{cases} = \begin{cases} 2t^4 & \text{αν } 0 \leq t \leq 2 \\ 16t^2 - 32 & \text{αν } 2 < t \leq 3 \end{cases}$

B₂. Είναι προφανής η γραφική παράσταση της E

B₃. Αν $0 \leq t \leq 2$ είναι $E(t) = y \Leftrightarrow 2t^4 = y \Leftrightarrow t = \sqrt[4]{\frac{1}{2} y}$

Από $0 \leq t \leq 2$ είναι $0 \leq \sqrt[4]{\frac{1}{2} y} \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 32$



Αν $2 \leq t \leq 3$ είναι $E(t) = y \Leftrightarrow 16t^2 - 32 = y \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{1}{16} y + 2}$

Από $2 \leq t \leq 3$ είναι $2 \leq \sqrt{\frac{1}{16} y + 2} \leq 3 \Leftrightarrow 32 \leq y \leq 112$

Οπότε, η αντίστροφη συνάρτηση, αφού για αυτή πρόκειται

είναι η συνάρτηση $g(x) = E^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt[4]{\frac{x}{2}} & \text{αν } 0 \leq x \leq 32 \\ \frac{\sqrt{x+32}}{4} & \text{αν } 32 < x \leq 112 \end{cases}$